Exercice 1 7 points **Thèmes : fonctions, suites**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

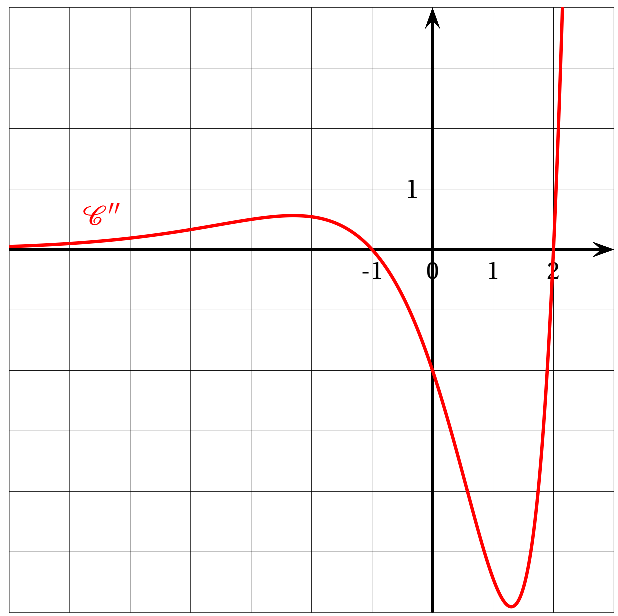
$$g(x) = \frac{2\text{e}^x}{\text{e}^x + 1}.$$

La courbe représentative de la fonction g admet pour asymptote en $+\infty$ la droite d'équation :

a. $x = 2$; **b.** $y = 2$; **c.** $y = 0$; **d.** $x = -1$

2.

On considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On appelle $\mathscr{C}$ sa représentation graphique.
On désigne par f'' la dérivée seconde de f.
On a représenté sur le graphique ci-contre la courbe de f'', notée $\mathscr{C}''$.



a. $\mathscr{C}$ admet un unique point d'inflexion ; **b.** f est convexe sur l'intervalle $[-1 ; 2]$;
c. f est convexe sur $]-\infty ; -1]$ et sur $[2 ; +\infty[$; **d.** f est convexe sur $\mathbb{R}$.

3. On donne la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$.
La suite (v_n), définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 2$, est :

a. arithmétique de raison -2 ;

b. géométrique de raison -2 ;

c. arithmétique de raison 1 ;

d. géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.

4. On considère une suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel, on a :

$$1+\left(\frac{1}{4}\right)^n \leqslant u_n \leqslant 2-\frac{n}{n+1}$$

On peut affirmer que la suite (u_n) :

a. converge vers 2 ;

b. converge vers 1 ;

c. diverge vers $+\infty$;

d. n'a pas de limite.

5. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln x$.
Une primitive F de f sur $]0\,;\,+\infty[$ est définie par :

a. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^3\left(\ln x - \dfrac{1}{3}\right)$;

b. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^3(\ln x - 1)$;

c. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^2$;

d. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^2(\ln x - 1)$.

6. Pour tout réel x, l'expression $2+\dfrac{3\mathrm{e}^{-x}-5}{\mathrm{e}^{-x}+1}$ est égale à :

a. $\dfrac{5-3\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}$;

b. $\dfrac{5+3\mathrm{e}^x}{1-\mathrm{e}^x}$;

c. $\dfrac{5+3\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}$;

d. $\dfrac{5-3\mathrm{e}^x}{1-\mathrm{e}^x}$.